Sastavila: Olga Nerlović
Carpe diem. Iskoristi dan. -Horacije

III. 3. Analitička geometrija. Vježba. Viša razina

1. Na pravcu $y = 3x - 4$ odredi točku čija je
   a) Ordinata za 2 veća od apscise
   b) Ordinata 5 puta manja od apscise
   c) Apscisa jednaka ordinati

   R: a) $A(3;5)$; b) $B\left(\frac{10}{7};\frac{2}{7}\right)$; c) $C(2;2)$
2. Odredite jednadžbu pravca zadanog točkama $A(-2;1)$, $B(1;4)$.

   $(p \ldots y = x + 3)$
3. Napišite jednadžbu pravca usporednog s y osi i kojemu pripada točka $T(3;2)$.

   $(p \ldots x = 3)$
4. Jednadžba pravca kojemu je zadan koeficijent smjera $k = -\frac{1}{2}$ i odsječak na y osi $l = -4$ glasi:

   A: $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$ B: $\frac{x}{-8} + \frac{y}{-4} = 1$ C: $\frac{x}{8} - \frac{y}{4} = 1$ D: $\frac{x}{-8} + \frac{y}{4} = 1$ (B)
5. Implicitni oblik jednadžbe pravca kojemu je zadan prikloni kut $\varphi = 60°$ i odsječak na y osi $l = -3$ glasi:

   A: $\sqrt{3}x + y - 3 = 0$ B: $y = \sqrt{3}x - 3$
   C: $\sqrt{3}x - y + 3 = 0$ D: $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$ (D)
6. Koje od točke $A(4;8)$, $B(3;7)$ i $C(2;5)$ pripadaju pravcu $p \ldots 3x - 2y + 4 = 0$

   A: A i C;
   B: A i B;
   C: B i C;
   D: B (A)
7. Površina trokuta koji određuju koordinatne osi i pravac $p \ldots 5x + 4y - 20 = 0$ iznosi:

   A: 20 B: 15 C: 10 D: 5 (C)
8. Zadan je pravac $p \ldots \frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1$. Napiši jednadžbu bilo kojeg pravca
   a) Usporednog s pravcem p
   b) Okomitog na pravac p
9. Pravac p sadrži sjecište pravaca $p_1 \ldots 3x + 4y - 2 = 0$ i $p_2 \ldots 4x - y + 10 = 0$ a paralelan je s pravcem što ga određuju točke A(8; 3) i B(7; -4). Koliki je odsječak pravca p na y osi?

   A: 7; B: 16; C: 12; D: -12 (B)
10. Je li trokut kojemu su jednadžbe stranica $a \ldots 3x - 4y - 8 = 0$, $b \ldots y = -x - 2$ i $c \ldots \frac{x}{-6} + \frac{y}{-8} = 1$ pravokutan? (da)
11. Odredite λ tako da pravci $p \ldots (2\lambda^2 + 15)x - 11\lambda y - 1 = 0$ i $q \ldots x - y - 4 = 0$ budu usporedni. $\left(\lambda_1 = 2\frac{1}{2}, \lambda_2 = 3\right)$
12. Odredite λ tako da pravci $p \ldots (\lambda^2 - 2\lambda)x + y - 1 = 0$ i $q \ldots x - 8y - 8 = 0$ budu okomiti. $(\lambda_1 = -2, \lambda_2 = 4)$

13. Vrhovi su trokuta A(-2;1), B(-1;-3) i C(4; 2) kako glasi jednadžba visine na stranicu AB?

A: $y = \frac{1}{4}x + 1$ C: $y = -4x - 14$

B: $y = -4x + 18$ D: $y = -\frac{1}{4}x + 3$

(A)

14. Ispitajte koja je od kvaratnih jednadžbi jednadžba neke kružnice i, ako jest, odredite koordinate središta S i duljinu polumjera r te kružnice:

a) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 16 = 0$ (ne)

b) $9x^2 + 9y^2 - 9x - 6y - 17 = 0$ (da)

c) $x^2 + 2xy + y^2 + 4x - 2y - 9 = 0$ (ne)

d) $x^2 + 4y^2 - 2x + 6y - 36 + = 0$ (ne)

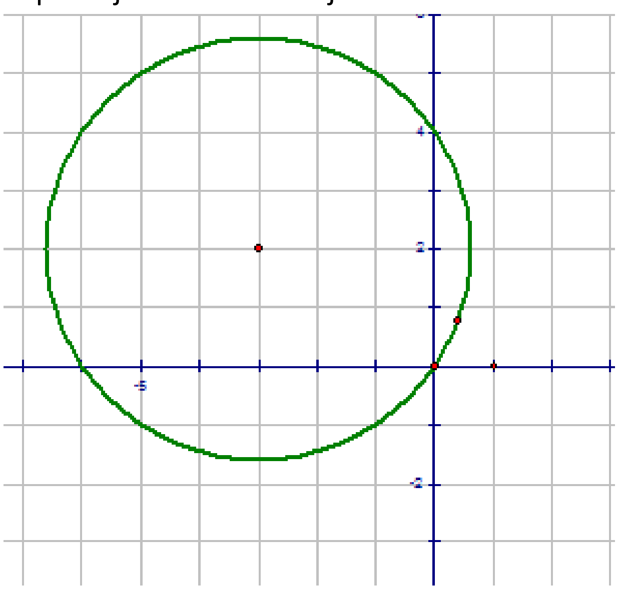
15. Jednadžbu kružnice koja prolazi točkom T(0;0), a koncentrična je kružnici $k \ldots x^2 + y^2 + 5x - y - 2 = 0$ glasi:

A: $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{26}{4}$; C: $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{26}{4}$

B: $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{26}{2}$ D: $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{26}{4}$

(C)

16. Napišite jednadžbu krivulje nacrtane ne slici:



$((x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 13)$

17. Odredite koordinate točke koja pripada kružnici $x^2 + y^2 = 25$ i koja je točki T(9;12) najdalja i najbliža. (D(-3;-4), B(3;4))

18. Odredite apscisu središta kružnice opisanoj oko pravokutnika ABCD s vrhovima u točkama (7;10), (7;2), (1;2), (1;10). (4)

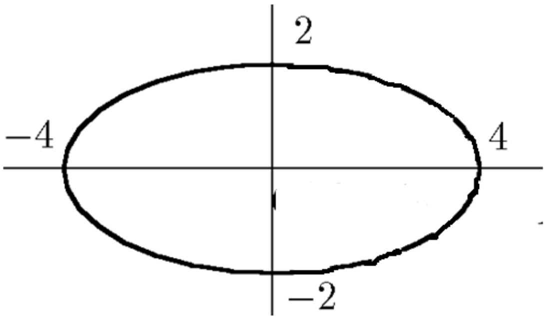
19. Odredite jednadžbu tangente i normale u točki D(6; y>0) kružnice $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

$(t \ldots 4x + 3y - 51 = 0, n \ldots 3x - 4y + 6 = 0)$

20. Odredite jednadžbu elipse kojoj je velika poluos a=2, a linearni ekscentricitet $e = \sqrt{2}$.

$(x^2 + 2y^2 = 1)$

21. Odredite osnu jednadžbu elipse kojoj pripada točka $T\left(0;\ -\frac{5}{2}\right)$ i kojoj je fokus točka $F_1(-5; 0)$ $(4x^2 + 20y^2 = 125)$
22. Koordinate fokusa zadane krivulje su:



(D)

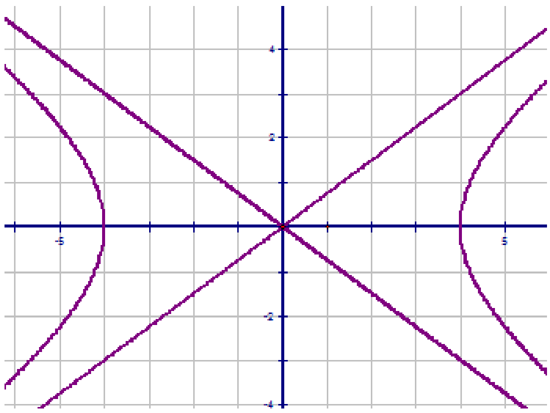
A: $(0: -2)\ i\ (0: 2)$

B: $(-4; 0)\ i\ (4; 0)$

C: $\left(0;\ -2\sqrt{3}\right)\ i\ \left(0;\ 2\sqrt{3}\right)$

D: $\left(-2\sqrt{3}; 0\right)\ i\ \left(2\sqrt{3}; 0\right)$

23. Odredite jednadžbu hiperbole kojoj je velika polu os a=2, a linearni ekscentricitet $e = 5$. $(h \ldots 21x^2 - 4y^2 = 84)$
24. Jednadžba zadane krivulje glasi:



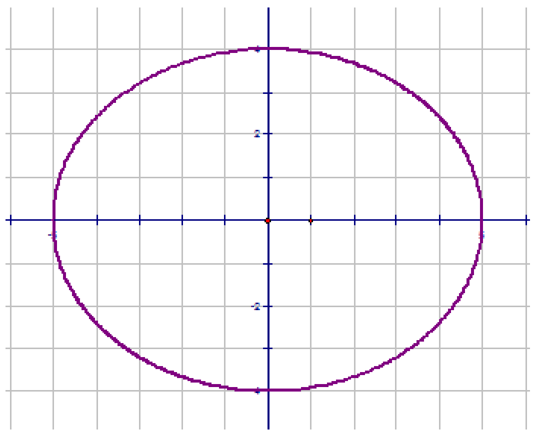
(B)

A: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

B: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

C: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

D: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$



25. Zadane su točke $A(-9; 0)$, $B(-15, -18)$.
Odredi:

a) Jednadžbu hiperbole koja sadrži zadane točke
b) Veliku i malu polu osi te hiperbole
c) Koordinate fokusa
d) Jednadžbe asimptota
e) Skiciraj zadanu hiperbolu
f) Napiši jednadžbu bilo koje tangente u točki te hiperbole

R: a) $75x^2 - 81y^2 = 6075$; b) $a = 9; b = 5\sqrt{3}$;

26. Iz točke $T(5; y > 0)$ hiperbole $x^2 - y^2 = 9$ položene su okomice na njezine asimptote. Napiši jednadžbe tih okomica. $(y = -x + 9;\ \ y = x - 1)$
27. Pravci $y = \pm 2x$ asimptote su hiperbole čiji je linearni ekscentricitet 5. Kako glaci jednadžba te hiperbole? $(h \dots 20x^2 - 5y^2 = 100)$
28. Odredi jednadžbu i skiciraj u koordinatnom sustavu parabolu kojoj je fokus F(3; 0). $(y^2 = 12x)$
29. Kolika je duljina tetive parabole $y^2 = 12x$ koja prolazi žarištem okomito na os x?
A: 6 B: 3 C: 9 D: 12 (D)
30. Pravac $3x + 2y + a = 0$ prolazi žarištem parabole $y^2 = 8x$.
A: $a = -8$; B: $a = 8$; C: $a = 4$; D: $a = -4$ (A)
31. Napiši radij-vektor točke $T(-\frac{1}{5}; 3)$ $\left(\overrightarrow{OT} = -\frac{1}{5}\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\right)$
32. Prikaži kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{\imath}\ i\ \vec{\jmath}$ vektor $\overrightarrow{AB}$, ako je $A(-2:-3), B(4;-6)$. $(\overrightarrow{AB} = 6\vec{\imath} - 3\vec{\jmath})$
33. Odredi nepoznate koordinate točaka $A(x;-5), B(-2;y)$, ako je $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\vec{\imath} - \frac{2}{5}\vec{\jmath}$. $\left(x = -\frac{7}{3}; y = -\frac{27}{5}\right)$
34. Zadane su točke $A(-2:-1), B(4;-2) i\ C(3;3)$. Odredi $3\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$
35. Izračunaj kut među vektorima $\vec{a}\ i\ \vec{b}$, ako je $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}$ (120°)
36. Ako je $\vec{a} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath}, \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$, izračunaj skalarni produkt. (-0.5)
37. Odredi koeficijent m tako da vektori $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ budu okomiti: $\vec{a} = (m+1)\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}, \vec{b} = (m+3)\vec{\imath} - 7\vec{\jmath}$ $(m_1 = -8;\ m_2 = 4)$