

## II. 2. Kvadratne jednadžbe i nejednadžbe Kvadratna funkcija

### Vježba

Viša razina

1. Riješite jednadžbe:

$$a) -2x^2 - 32 = 0 \quad (x_{1,2} = \pm 4i)$$

$$b) 100x^2 - 1 = 0 \quad (x_{1,2} = \pm 0.1)$$

$$c) 3x^2 - 4x = 0 \quad (x_1 = 0; x_2 = \frac{4}{3})$$

$$d) x^2 + 4x + 4 = 0 \quad (x_{1,2} = -2)$$

$$e) \frac{4}{3}x^2 - 12x + 1 = 0 \quad (x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{78}}{2})$$

2. Riješite jednadžbe:

$$a) x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \quad (x_{1,2} = \pm 1; x_{3,4} = \pm 2)$$

$$b) \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^2 - 3\frac{2x-1}{x+1} - 4 = 0 \quad (x_1 = 0; x_2 = -\frac{5}{2})$$

3. Ne rješavajući kvadratnu jednadžbu  $x^2 + 7x + 10 = 0$  izračunaj:

$$a) x_1 + x_2; \quad b) x_1x_2; \quad c) x_1^2 + x_2^2;$$

$$a) -7, b) 10, c) 29;$$

4. Rastavi na linearne faktore polinom  $p(x) = (2x^2 - x)^2 - 11(2x^2 - x) + 10$ .

$$((x + 2)(x - 1)(2x + 1)(2x - 5))$$

5. Skratite razlomak  $\frac{8x^2 + 2x - 3}{20x^2 + 23x + 6}$

$$\left(\frac{2x-1}{5x+2}\right)$$

6. Jedno rješenje kvadratne jednadžbe  $x^2 - 3x + p = 0$  dva puta je veće od drugog. Tada je

$$A: p = -1; \quad B: p = 2; \quad C: p = -3; \quad D: p = 4 \quad (B)$$

7. Dana je jednadžba  $px(1 + x) + 2 = 2x(p + x)$ .

a) Za koje vrijednosti realnog parametra  $p$  jednadžba ima realna rješenja?  $(p \in \mathbb{R})$

b) Ako je  $-2$  jedno rješenje jednadžbe, odredite drugo rješenje  $(x=1)$

c) Za koji  $p$  je umnožak rješenja ove jednadžbe veći od njihovog dvostrukog zbroja?  $(1 < p < 2)$

8. Dana je kvadratna jednadžba  $k(2 - x) = (x + k)^2, k \in \mathbb{R}$ ,

Sastavila: Olga Nerlović  
Veni, vidi, vici. Dođoh, vidjeh, pobijedih.

a) Uz koji  $k$  jednačina neće imati realnih rješenja?  $(k \in \langle -\frac{8}{5}; 0 \rangle)$

b) Za koji  $k$  je jedno rješenje jednačine jednako nuli?  $(k_1 = 0; k_2 = 2)$

c) Koliki mora biti  $k$  da bi zbroj kvadrata korijena jednačine bio jednak 3? .

$$(k_1 = -1; k_2 = \frac{3}{7})$$

9. Zbroj rješenja jednačine  $x^2 + mx + n = 0$  jednak je -2, a razlika rješenja iznosi 5. Odredi brojeve  $m$  i  $n$ .

$$(m = 2, n = -\frac{21}{4})$$

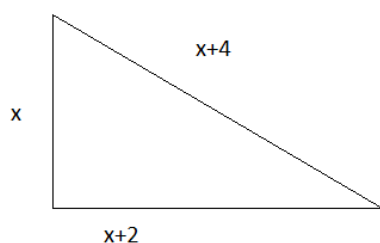
10. Jedno rješenje kvadratne jednačine s realnim koeficijentima je kompleksni broj  $x = \frac{1}{1-i}$ .

Odredi tu jednačinu.

$$(x^2 - x + \frac{1}{2} = 0)$$

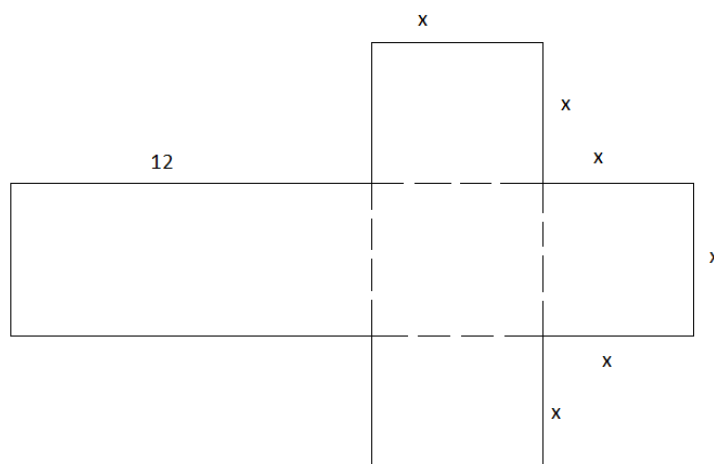
11. Odredite duljine stranica trokuta:

(6, 8, 10)



12. Odredite duljinu stranice označene s  $x$  tako da površina lika bude jednaka 40.

(2)



13. Kad jednu stranicu kvadrata skratimo za 1 cm, a drugu produžimo za isti iznos, dobijemo pravokutnik površine  $8 \text{ cm}^2$ . Kolika je duljina stranice kvadrata?

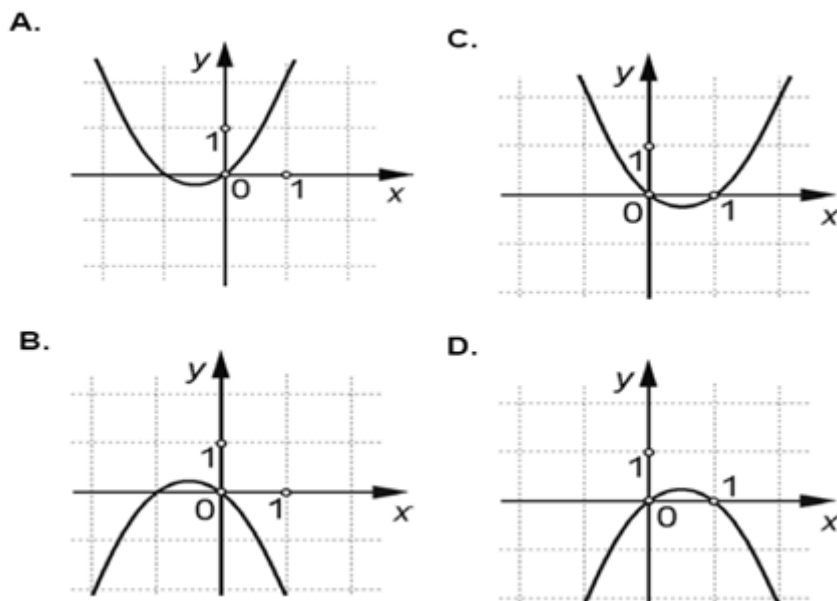
(3)

14. Razlika duljina stranica pravokutnika je 5 cm, a površina pravokutnika je  $150 \text{ cm}^2$ . Kolike su duljine stranica?

(10 i 15)

15. Vinko je imao zemljište u obliku kvadrata. Nakon dogovora sa susjedom zemljište je na jednoj strani produljeno za 5 metara, a na drugoj skraćeno za 5 metara. Nova je površina zemljišta  $119 m^2$ . Kolike su bile dimenzije zemljišta dok je bilo kvadratnog oblika?  
Usporedi površine. (12)
16. Jedna je stranica pravokutnika za 12 dm dulja od druge. Ako mu je površina  $36.25 dm^2$ , izračunaj duljine stranica tog pravokutnika. (2.5dm, 14.5dm)
17. Umnožak dvaju uzastopnih cijelih brojeva iznosi 56. Koji su to brojevi? (-7 i -8 ili 7 i 8)
18. Na zemljištu pravokutnog oblika duljine 40 m i širine 32 m treba sagraditi bazen, okružen stazom jednake širine. Kolika je duljina i širina bazena ako njegova površina iznosi  $\frac{3}{5}$ . (24 i 32)
19. Odredi polinom drugog stupnja ako je
- a)  $f(2) = f(-2) = 2, f(0) = -2$  ( $f(x) = x^2 - 2$ )
- b)  $f(-2) = f(0) = 3, f(-1) = 1$  ( $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$ )
- c)  $T(-2; -3)$  te prolazi ishodištem koordinatnog sustava ( $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x$ )
20. Jednadžbom  $f(x) = mx^2 - x + 1$  u kojoj je broj  $m$  realni parametar, zadan je skup polinoma drugog stupnja.
- a) Koji od tih polinoma imaju realne korijene? ( $m \leq \frac{1}{4}$ )
- b) Odredi onaj polinom ovoga skupa čija je ekstremna vrijednost (najveća ili najmanja) jednaka -1. ( $m = \frac{1}{8}$ )
- c) Odredi skup točaka ravnine što ga čine tjemena parabole koje su grafovi polinoma iz danog skupa. ( $T\left(\frac{1}{2m}; \frac{4m-1}{4m}\right)$ )

21. Koja od navedenih slika prikazuje graf funkcije  $f(x) = -x^2 - x$  (B)



22. Odredite koordinate tjemena funkcije  $f(x) = x^2 + 2x - 8$  i koordinate sjecišta grafa s koordinatnim osima. Nacrtajte graf funkcije

$$(T(-1; -9), (0; -8), (-4; 0), (2; 0))$$

23. Napišite neku kvadratnu funkciju čiji graf prolazi točkom (2; 3).

24. Odredite drugu nultočku funkcije  $f(x) = a(x - 3)^2 + 2$  ako joj je jedna nultočka -1.

$$(x_2 = 7)$$

25. Funkcija  $f(x) = -x^2 + bx + c$  ima nultočke 1 i 7. Maksimalna vrijednost funkcije je:

- A: -9;    B: 4;    C: 9;    D: 23 (C)

26. (B)

Koja od navedenih funkcija nema niti jednu nultočku?

27.

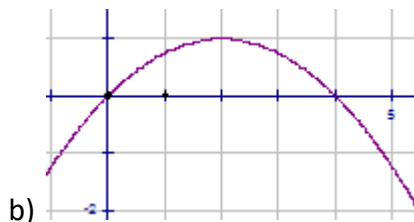
Pravac  $y = x + 1$  i parabola  $y = x^2 - 6x + 7$  sijeku se u točkama:

- A.  $f(x) = 2(x-1)^2$
- B.  $f(x) = 2(x-1)^2 + 2$
- C.  $f(x) = 2(x-1)^2 - 2$
- D.  $f(x) = 2(x-1)(x-2)$

- A. (1, 2), (6, 7)
- B. (2, 1), (7, 6)
- C. (2, 3), (3, 4)
- D. (3, 2), (4, 3)

(A)

28. Odredi funkcije prikazane na slikama

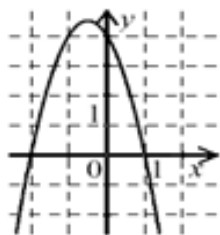


R: a)  $f(x) = x^2 - 4x + 2$ ;      b)  $y = -\frac{1}{4}x^2 + x$

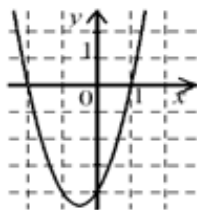
29. Zadana je funkcija  $f(x) = -\frac{1}{4}(x^2 - 16)(x + 1)$ . Odredi koordinate sjecišta grafa funkcije s osi apscisa (-4, -1, 4)

30. Na kojoj je slici prikazan graf funkcije  $f(x) = -2(x + 2)(x - 1)$  (A)

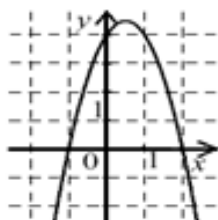
A.



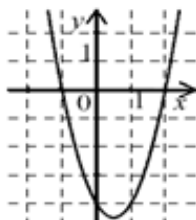
C.



B.



D.



31. Riješi nejednadžbe:

a)  $2x^2 - 8 > 0$

$(x \in \langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 2; +\infty \rangle)$

b)  $100 - x^2 \geq 0$

$(x \in [-10; 10])$

c)  $(x + 5)(x + 4) \geq x + 5$

$(x \in \langle -\infty; -5] \cup [-3; +\infty))$

32. Dan je polinom drugog stupnja  $f(x) = x^2 - x - 2$ .

a) Odredite nultočke ovog polinoma

$(x_1 = -1; x_2 = 2)$

b) Za koju vrijednost varijable  $x$  ovaj polinom prima najmanju vrijednost i koliko ta vrijednost iznosi?

$(x = \frac{1}{2}; y = -\frac{9}{4})$

c) Za koje realne brojeve  $x$  polinom prima pozitivne vrijednosti?

$(x \in \langle -\infty; -1 \rangle \cup \langle +\infty; 2 \rangle)$

d) Nacrtajte graf polinoma  $f$

33. Riješi jednadžbe u skupu  $\mathbb{R}$ :

a)  $|2x^2 - 3x| + 2x - 3 = 0$

$(x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = \frac{3}{2})$

b)  $|x^2 - x - 2| = x^2 - 3x + 4$

$(x_1 = 1; x_2 = 3)$

34. Nacrtaj grafove funkcija:

a)  $f(x) = -|x^2 - x| + x$

Sastavila: Olga Nerlović  
*Veni, vidi, vici. Dođoh, vidjeh, pobijedih.*

